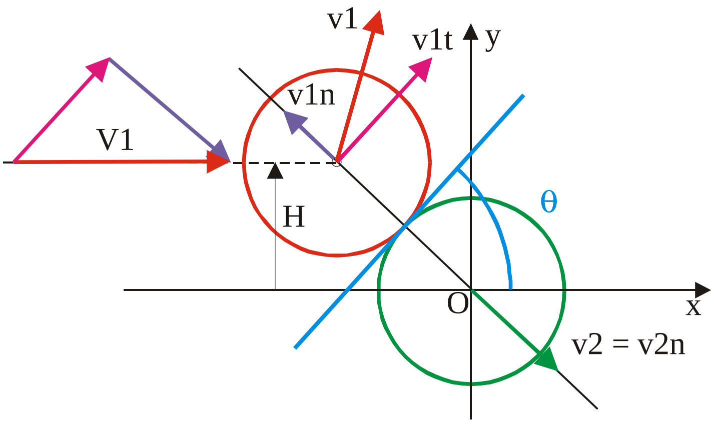
Retour à l'applet

Collisions élastiques à deux dimensions

On considère deux sphères de même rayon R et de masses m_1 et m_2. La masse m_2, initialement immobile est placée au centre du repère cartésien x0y. La masse m_1 est animée d'une vitesse initiale $V = V_1$ horizontale. L'ordonnée du centre de m_1 est H. (H est inférieur à 2R pour qu'il se produise une collision entre les deux sphères). On pose $\mu = m_1/m_2$.

Etude du choc dans le repère du laboratoire



Il y a 4 inconnues à déterminer (v_{1x}, v_{1y}, v_{2x}, et v_{2y} composantes de la vitesse de chaque masse après le choc). Le choc étant élastique, l'énergie cinétique se conserve lors du choc. Il y a aussi conservation de la quantité de mouvement. Ces deux relations de conservation donnent trois équations : pour résoudre le problème, il faut faire intervenir une notion supplémentaire. *On admet que lors d'un choc élastique, les forces qui s'exercent pendant celui-ci sont normales au plan du choc* (le plan tangent au point d'impact). Il y a **conservation des vitesses tangentielles** (parallèles au plan du choc). Dans notre exemple, la masse m_2 étant initialement immobile aura une vitesse tangentielle finale nulle. Pour la masse m_1, on aura $v_{1t} = V_{1t}$.

L'angle θ du plan de choc avec l'axe Ox est donné par θ = Arccos(H/2R).

Des équations de conservation, on tire :

$$v_{1n} = \frac{(\mu-1)V_n}{\mu+1}; \quad v_{2n} = \frac{2\mu V_n}{\mu+1}; \quad v_{1t} = V_{1t} = V\cos\theta; \quad v_{2t} = 0$$

et après projection sur Ox et Oy on tire :

$$v_{1x} = \frac{(\mu-1+2\cos^2\theta)V}{\mu+1}; \quad v_{1y} = \frac{2\sin\theta\cos\theta V}{\mu+1}; \quad v_{2x} = \frac{2\mu V\sin^2\theta}{\mu+1}; \quad v_{2y} = -\frac{2\mu V\sin\theta\cos\theta}{\mu+1}$$

On en déduit que pour deux masses identiques, l'angle entre les trajectoires après un choc non frontal est toujours égal à 90°. C'est une chose bien connue des joueurs de billard.

Etude du choc dans le repère du centre de masse

Le centre de masse du système des deux masses est défini par : $m_1\overrightarrow{GM_1} + m_2\overrightarrow{GM_2} = 0$.

Dans le repère xOy, sa vitesse est $\overrightarrow{V_G} = m_1\overrightarrow{V_1}/(m_1+m_2)$ soit $V_G = \mu V/(1 + \mu)$.

Dans le référentiel du centre de masse les vitesses avant le choc des deux masses sont :

$$\overrightarrow{V_1} = \overrightarrow{V} - \overrightarrow{V_G} = \overrightarrow{V}/(1+\mu) \text{ et } \overrightarrow{V_2} = 0 - \overrightarrow{V_G} = -\mu\overrightarrow{V}/(1+\mu)$$

Dans ce repère, la quantité de mouvement du système est nulle :

$$m_1\overrightarrow{V_1} + m_2\overrightarrow{V_2} = m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = 0$$

Comme il y a conservation de l'énergie cinétique, on en déduit que l'amplitude des quantités de mouvement de chaque masse est invariante lors du choc : **la norme des vitesses de chaque masse est conservée**.

Pour trouver *l'angle δ de déflexion* de chaque masse, on peut écrire que pour la masse m_1, on a : $\overrightarrow{v_{1(labo)}} = \overrightarrow{V_G} + \overrightarrow{v_{1(CM)}}$.

En projetant cette relation sur les axes Ox et Oy, on en déduit que **δ = 2θ**

Retour à l'applet