Vorlesung Experimentalphysik I am 7.2.2000 und 8.2.2000 *J. Ihringer*

6.1.2 Das elektrische Feld

Auf elektrische Ladungen wirkt die Coulomb Kraft. Analog zum Gravitationsfeld, das als Schwerkraft auf eine Masse wirkt, definiert man das elektrischen Feld, das auf die Ladung wirkt. Ladungen sind aber, vor allem in elektrisch leitenden Materialien, leicht verschiebbar. Für die gleiche Ladungsmenge hängt Betrag und Richtung der elektrischen Feldstärke von *der geometrischen Anordnung der Ladung* ab. Auch Influenz durch außerhalb der betrachteten Anordnung befindliche Ladungen beeinflusst die Ladungsverteilung und damit die Feldstärke. Bei gegebener Ladung kann man aber doch mit der Feldstärke eine von der geometrischen Form unabhängige Größe definieren, den *elektrischen Fluß*. Er ist die Summe der Produkte aus Feldstärken und Flächenelementen, wenn sich die Flächenelemente zu einer die Ladung umschließenden Oberfläche ergänzen. Die Ladungen werden als die *Quellen des elektrischen Feldes* bezeichnet, analog zum geographischen Bild, indem in einem Gebiet nur dann auf eine Quelle geschlossen werden kann, wenn aus diesem mehr Wasser heraus als hinein fließt.

6.1.2.1 Die elektrische Feldstärke

Die elektrische Feldstärke ist eine vektorielle Größe, die den Betrag und die Richtung der an einem Ort wirkenden Kraft auf eine Einheitsladung zeigt. Die analoge Größe aus der Mechanik ist die Schwerkraft auf die Einheitsmasse: Sie ist vom Betrag der Schwerebeschleunigung g und weist in Richtung der anziehenden Masse.

Die Ursache für das Feld ist eine Ladung, die in der Abbildung symbolisch als Kasten gezeichnet ist.

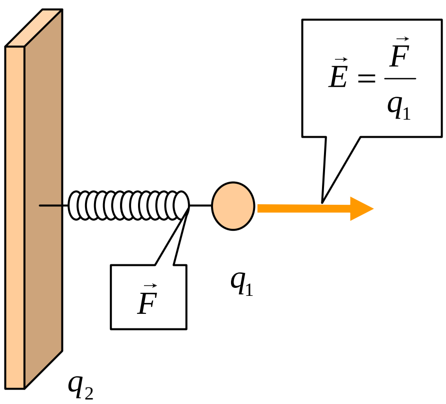
Formel	Einheit	Anmerkung
$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$	$1\ \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$	Elektrische Feldstärke: Kraft auf eine elektrische Ladung vom Betrag 1
		Die Richtung der elektrischen Feldstärke ist die der Kraft auf eine positive Ladung (Definition)

Tabelle 1 Definition der Feldstärke. Die Federwaage misst die Kraft $\vec{F}$ auf die positive Ladung q_1, die sich im Feld der positiven geladenen Platte links (Ladung q_2) befindet. Der Vektor der Feldstärke ist orange gezeichnet.

6.1.2.2 Feldlinien

Feldlinien zeigen an jedem Ort die Richtung der von der Feldstärke auf eine Ladung ausgeübte Kraft.

Versuch 1 Feldlinien zwischen unterschiedlich geladenen Leitern: In eine flache Wanne mit Öl und Grieskörnern werden zweidimensionale Objekte eingebracht und mit der Influenzmaschine aufgeladen. Die Grießkörner ordnen sich in Ketten entlang den Feldlinien und machen diese so sichtbar. Die Objekte sind Modelle für: Plattenkondensator, Platte und Punktladung, 2 Punktladungen, Ring und Punktladung außen.

Man erkennt:

- Feldlinien enden senkrecht auf Oberflächen elektrischer Leiter. Die beweglichen Ladungsträger verschieben sich, bis die tangentialen Komponenten verschwinden.
- Je nach der Geometrie der Objekte liegen die Feldlinien unterschiedlich dicht.
- An den Spitzen von Leitern ist ihre Dichte besonders hoch. (Blitzableiter).
- Das Innere eines von einem Leiter umgebenden Hohlraums ist frei von Ladung (Faraday Käfig). Gleichnamige Ladungen suchen größten Abstand voneinander, deshalb wandern sie auf die Außenseite des Leiters.

Besonders wichtig sind die folgenden Anordnungen:

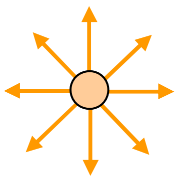
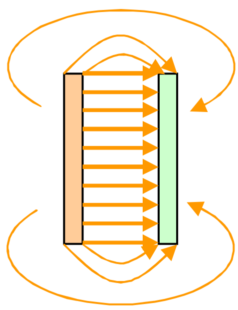
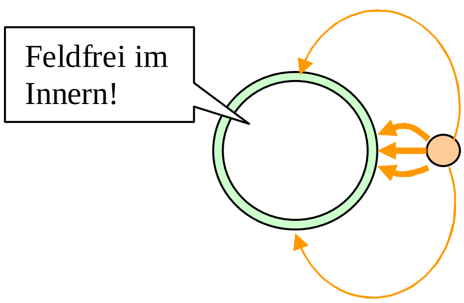
Schematischer Feldverlauf	Anordnung
	Punktladung
	Plattenkondensator. Zwischen den Platten ist das Feld homogen: Die Feldstärke ist konstant und die Feldlinien verlaufen parallel. Nur bei unendlich großer Fläche ist das Feld außen exakt null. Bei endlichen Platten gibt es außen das Streufeld.
	Faradayscher Käfig. In einem geschlossenen, leitenden Käfig ist die elektrische Feldstärke null.

Tabelle 2 Die Feldlinien sind schematisch angedeutet: Der ganze Außenraum ist mit Feldlinien erfüllt und alle Feldlinien münden senkrecht auf die Leiter ein. Rot: positiv-, grün: negativ geladene Teile. Die unterschiedlichen Strichstärken zeigen qualitativ die vom Ort abhängigen Unterschiede in den Beträgen der Feldstärken.

Ein Faradayscher Käfig ist ein mit einem Drahtgitter umgebener Raum. Sein Inneres bleibt ohne Ladung, auch wenn die Anordnung beliebig hoch aufgeladen wird. Faraday setzte sich mit einem Elektrometer in einen Drahtkäfig und wies dessen Ladungsfreiheit im Inneren nach. Sehr eindrucksvoll ist der Versuch mit dem Faradayschen Käfig in der Abteilung für Starkstromtechnik des Deutschen Museums in München: An einem Kran hängt ein Käfig, in den ein kräftiger Blitz von einigen 100 kV einschlägt, begleitet von einem gewaltigen Donnerschlag. Im Käfig sitzt ein Mitarbeiter des Museums, der dieses nach dem Blitzschlag unversehrt verläßt.

Versuch 2 Ein Drahtkäfig mit Elektrometer steht auf einer leitenden Platte mit Elektrometer im Inneren des Käfigs. Beide sind zur Erde isoliert. Wird die Anordnung aufgeladen, dann zeigt das Elektrometer im Inneren die Ladungsfreiheit. Wird der Käfig aber abgenommen, dann gehört das Elektrometer im Innenraum zur Oberfläche, auf die sich die Ladung von der Bodenplatte verteilt: Es zeigt jetzt die Ladung an.

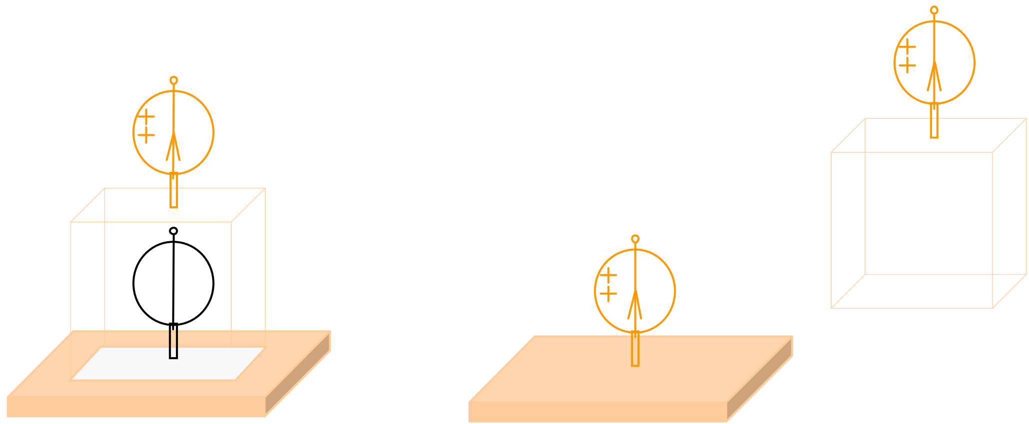


Abbildung 1 Zum Versuch mit dem Faradaykäfig

Versuch 3 Man versucht, aus dem Inneren eines geladenen Topfes mit einer Kugel Ladung auf ein weiteres, davon entferntes Elektrometer zu bringen. Das mißlingt, weil das Innere frei von Ladung und Feld ist. Von Außen geht es problemlos, am meisten Ladung sitzt besten an den Spitzen des Elektrometers.

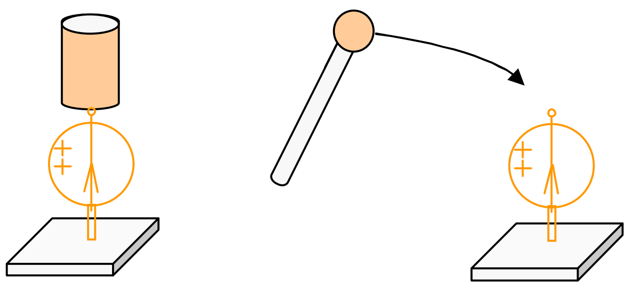


Abbildung 2 Versuch: Ladungstransport von einem Faradaykäfig

6.1.3 Der elektrische Fluß

Die elektrische Feldstärke wird durch elektrische Ladungen erzeugt. Aus einem einzelnen Wert der Feldstärke kann aber Ort und Betrag der das Feld verursachenden Ladung nicht ermittelt werden. Im mechanischen Bild: Mißt man in einem Gravitationsfeld die Schwerkraft, dann bleibt ohne weiteres Wissen unklar, ob man sich auf der Erde oder irgendwo im Kosmos in der Nähe irgendeiner anziehenden Masse befindet.

Mit Hilfe des Satzes von Gauß Ostrogradski kann aus Messungen der elektrischen Feldstärken an Punkten im Raum, die ein Volumen umgeben, die in diesem Volumen befindliche Ladung ermittelt werden. Man definiert dazu einen skalaren *elektrischen Fluß* ϕ, in Analogie zur Volumenstromstärke für die Strömung einer Flüssigkeit. Der elektrische Fluß ist das Produkt aus einer Fläche *A* und der dort senkrecht zur Fläche stehenden Komponente *E* der Feldstärke $\vec{E}$, entsprechend dem Produkt der Fläche *A* mal lokaler Fließgeschwindigkeit *v* bei Flüssigkeiten. Man beachte aber, dass es hier um eine reine Feldeigenschaft geht, obwohl der Ausdruck „elektrischer Fluss“ und sein mechanisches Analogon an den elektrischen Strom in einem Leiter erinnern. Beide Begriffe sind tatsächlich verwandt: In der Elektrodynamik wird gezeigt, dass die *zeitliche Änderung* des elektrischen Flusses ein magnetisches Feld erzeugt, diese Wirkung entspricht der eines elektrischen Stromes.

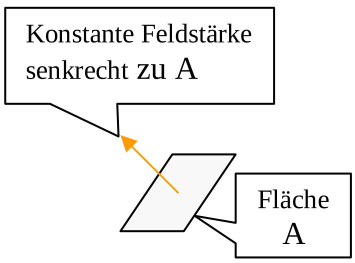
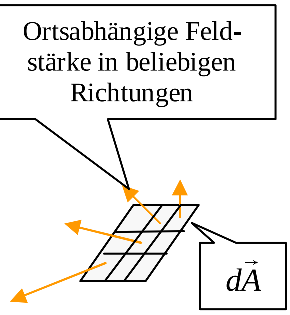
	Konstante Feldstärke E senkrecht zu A	Beliebige Feldstärken in beliebigen Richtungen
Geometrische Anordnung von Feldstärke und Fläche		
Elektrischer Fluß	$\Phi = A \cdot E$	$\Phi = \int_A \vec{E}\, d\vec{A}$

Tabelle 3 Der elektrische Fluß: Produkt aus Fläche und der Komponente der Feldstärke senkrecht zur Fläche. Variiert die Feldstärke mit dem Ort, dann kann der Fluß der gesamten Anordnung über das Integral berechnet werden.

6.1.3.1 Der Satz von Gauß Ostrogradski

Summiert man die elektrischen Flüsse über die geschlossene Oberfläche eines Volumens, dann ist diese Summe proportional zur Ladung in diesem Volumen, unabhängig von der speziellen Wahl der Flächen. Das ist die Aussage des Satzes von Gauß Ostrogradski. Sind die Flächenelemente sehr klein, dann entspricht die Summation der Flüsse der Integration der Feldstärken über die Oberfläche. Ist diese Summe bzw. das Integral ungleich Null, dann befinden sich im umschlossenen Volumen *Quellen* oder *Senken* der Feldlinien, also positive oder negative Ladungen.

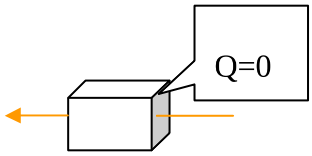
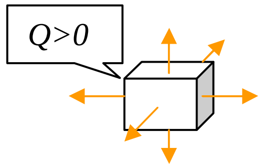
	Gleiche Richtung der Feldstärke in Umgebung des Volumens	Unterschiedlich gerichtete Feldstärke in Umgebung des Volumens
Volumen und Kraftvektoren auf eine Probeladung		
Satz von Gauß Ostrogradski: Der Fluß aus einem Volumen zeigt die darin befindliche Ladung	$\Phi = \oint_A \vec{E}\, d\vec{A} = 0$	$\Phi = \oint_A \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

Tabelle 4 Berechnung der Ladung in einem Volumen durch Messung der Feldstärken in dessen Umgebung.

Der Satz von Gauß Ostrogradski formuliert die Ladung als Funktion der Feldstärke. Zeigt die Ladungsverteilung eine einfache Geometrie mit hoher Symmetrie, dann kann die Gleichung auch nach der Feldstärke aufgelöst werden:

6.1.3.2 Feldstärke einer Punktladung

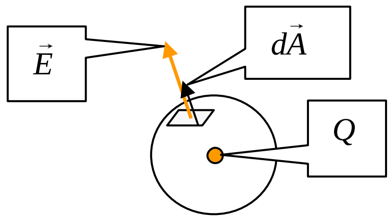
$\phi = \oint_{\text{Oberfläche der Kugel}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$	Feldstärke $\vec{E}$, Flächenelement $d\vec{A}$ und Punktladung Q: 
$\phi = E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$	Das Integral ist das Produkt aus Kugeloberfläche und Feldstärke: Die Feldstärke im Abstand *r* vom Mittelpunkt ist konstant und steht senkrecht zur Oberfläche
$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$	Aufgelöst nach *E*: Feldstärke einer Punktladung, sie nimmt bei zunehmendem Abstand mit $1/r^2$ ab.

Tabelle 5 Herleitung der Feldstärke einer Punktladung

6.1.3.3 Feldstärke einer geladenen Leiterplatte

Die Feldstärke einer homogen geladenen, „unendlich ausgedehnten“ Platte steht überall senkrecht zur Oberfläche.

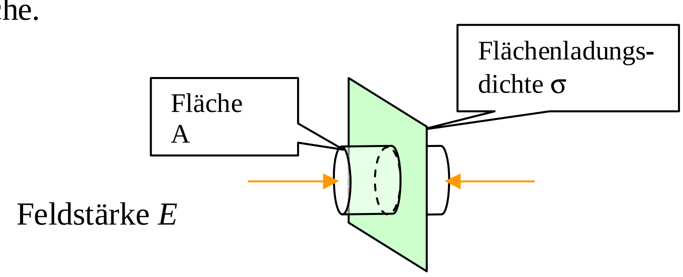


Abbildung 3 Volumina zur Berechnung des Flusses aus der negativ geladenen Platte eines Plattenkondensators.

Zur Berechnung des Flusses steckt man einen Zylinder beliebiger Größe durch die Platte, mit Achse parallel zu den Feldlinien. Das Ergebnis wird vom Querschnitt A des Zylinders unabhängig, wenn man die im Zylinder liegende Ladung Q mit Hilfe der *Flächenladungsdichte* σ formuliert. Man erkennt, dass die Feldstärke in beliebiger Entfernung von der Platte konstant und proportional zur Ladungsdichte ist.

$\sigma = \dfrac{Q}{A}$	Flächenladungsdichte
$\Phi = \oint\limits_{Zylinder} \vec{E}\, d\vec{A} = \int\limits_{Deckel} \vec{E}\, d\vec{A} + \int\limits_{Mantel} \vec{E}\, d\vec{A} + \int\limits_{Boden} \vec{E}\, d\vec{A}$	Elektrischer Fluß durch einen Zylinder
$\Phi = \int\limits_{Deckel} \vec{E}\, d\vec{A} + \int\limits_{Boden} \vec{E}\, d\vec{A} = 2\vec{E}\vec{A} = 2 \cdot E \cdot A$	Die Zylinderachse liegt parallel zu den Feldlinien, deshalb gilt auf der Mantelfläche $d\vec{A} \perp \vec{E}$. Dieses Integral ist also Null, es bleiben die Anteile von Deckel und Boden
$\Phi = 2 \cdot E \cdot A = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$	Nach Gauß Ostrogradski zeigt der Fluß die eingeschlossene Ladung
$E = \dfrac{Q}{2A\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$	Aufgelöst nach E: Die Feldstärke ist konstant, proportional zur Ladungsdichte und steht senkrecht zu der Platte

Tabelle 6 Berechnung der Feldstärke in der Umgebung einer geladenen Platte

6.1.3.4 Feldstärke im Plattenkondensator

Ein Plattenkondensator besteht aus der Kombination einer negativ mit einer in einem bestimmten Abstand parallel dazu montierten positiv aufgeladenen Platte.

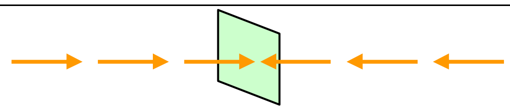
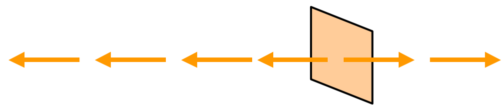
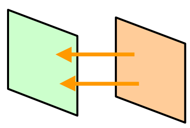
	Feldstärke der negativ geladen Patte: $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
	Feldstärke der positiv geladen Platte: $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
	Feldstärke zwischen den Platten: $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ Außen - bei unendlich ausgedehnten Platten - ist die Feldstärke exakt null

Tabelle 7 Die Feldstärke zwischen den Platten eines Plattenkondensators ist die Summe der Feldstärken der einzelnen Platten.

Die Feldstärken überlagern sich als Vektoren additiv: Bei „unendlich großen“ Platten ist die Feldstärke im Aussenraum exakt null, während sie zwischen den Platten doppelt so hoch wie die vor einer einzelnen Platte ist. Bei endlicher Plattengröße gibt es am Rand und auf der Außenseite zusätzlich das Streufeld.

6.1.4 Arbeit im elektrischen Feld, Potential, Spannung

6.1.4.1 Arbeit im elektrischen Feld

Das elektrische Feld ist durch die mechanische Kraftwirkung F auf eine Ladung Q definiert. Die Verschiebung einer Ladung in einem elektrischen Feld ist deshalb mit Arbeit verbunden. Entlang des Wegs wirkt eine Kraft auf die Ladung, Kraft mal Weg ist Arbeit. Das Vorzeichen der Arbeit an einer Ladung im elektrischen Feld ist positiv, wenn die Arbeit zur Bewegung der Ladung von außen zugeführt wird, negativ, wenn die Arbeit bei Bewegung nach außen abgegeben wird.

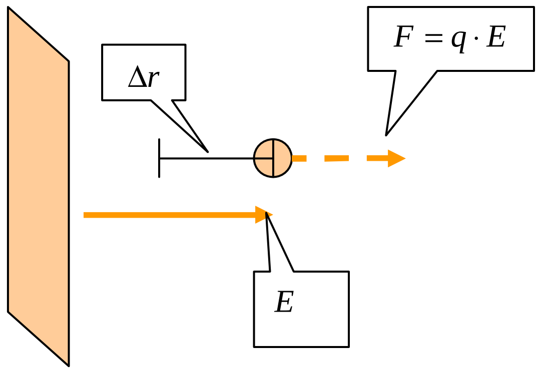
$F = q \cdot E$	Kraft auf die Ladung q im Feld E
$W = -F \cdot \Delta r = -q \cdot E \cdot \Delta r$	Arbeit zur Bewegung der Ladung um ein Wegstück Δr im konstanten Feld
$W = -\int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -q \cdot \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$	Arbeit zur Bewegung der Ladung zwischen zwei Punkten r_1 und r_2 in einem ortsabhängigen Feld
	Beispiel: Bewegung einer positiven Ladung q entlang des Weges Δr in einem homogenen, konstanten Feld, das z. B. von einer ausgedehnten Leiterplatte erzeugt sei. Bei Bewegung in Richtung der Kraft ist die Arbeit negativ, weil sich die Ladung „von selbst“ bewegt, d. h. sie könnte z. B. ein Gewicht anheben, also Arbeit nach außen abgeben.

Tabelle 8 Arbeit bei Bewegung einer Ladung.

Ist die Feldstärke ortsabhängig, dann wird der Weg in (kleine) Stücke aufgeteilt, entlang denen die Feldstärke als konstant angenommen werden kann. Die einzelnen Arbeiten auf diesen Stücken werden schließlich summiert. Mathematisch ausgedrückt: Das Produkt Feldstärke mal Weg wird durch das Integral der Feldstärke über den Weg ersetzt.

6.1.4.2 Das elektrische Potential und die elektrische Spannung

Analog zum Potential in der Mechanik wird in der Elektrostatik *jedem Punkt im Raum* eine skalare Größe, sein *elektrostatisches Potential* φ, zugeordnet. Das Potential eines Ortes ist die *Arbeit*, die man verrichten muß, um eine Ladung vom Betrag 1 von einem Bezugspunkt aus, hier aus unendlicher Entfernung, zu diesem Ort zu bringen.

Das elektrostatische Feld ist wie das Gravitationsfeld „konservativ“: Die Überführungsarbeit hängt nur von Anfangs- und Endpunkt des Weges ab, sie ist unabhängig von der Wahl des Weg dazwischen. Äquivalent dazu ist die Aussage, daß auf geschlossenen Wegen keine Arbeit zu leisten oder zu gewinnen ist: Wählt man einen Rundweg mit „unendlich“ kleinem Radius, d.h. bleibt man an Ort und Stelle, dann wird offensichtlich keine Arbeit geleistet. Ist die Arbeit vom Weg unabhängig, dann gilt dies auch auf allen anderen beliebig langen Rundwegen. Je nach Lage der Feldlinien kann zwar auch auf einem Rundweg auf manchen Teilstücken Arbeit zu leisten sein, sie wird aber auf anderen Wegstücken wieder gewonnen

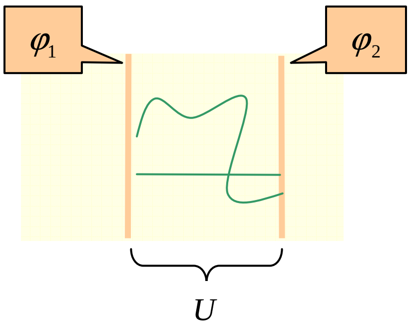
$W = -q \cdot E \cdot \Delta r = q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = q \cdot U$		Die Überführungsarbeit für die Ladung q ist proportional zur Differenz zwischen den Potentialen an diesen Orten
$U = \varphi_2 - \varphi_1 = -E \cdot \Delta r$	$[U] = 1\,\text{V}\ (\text{Volt})$	Die elektrische Spannung ist die Potentialdifferenz zwischen zwei Orten
$\varphi(r) = \frac{W}{q} = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{r}$		Elektrisches Potential an einem Ort: Quotient aus Überführungsarbeit von einem Bezugspunkt, hier Unendlich, bis zum Ort, und der Ladung.
		Linien gleichen Potentials und der Spannung zwischen ihnen. Die Arbeit an einer Ladung zur Überführung entlang der beiden eingezeichneten Wege ist gleich.

Tabelle 9 Elektrisches Potential und elektrische Spannung

Umgekehrt kann man aus der Kenntnis des Potentials an unterschiedlichen Orten, dem *Potentialverlauf* $\varphi(\vec{r})$, durch Ableitung nach den Ortskoordinaten die vektorielle Feldstärke $\vec{E}$ an jedem Ort errechnen. Mehr dazu und ein Vergleich der Begriffe für Energie in der Elektrizitätslehre und der Mechanik findet sich in: http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_1A_Potvgl.DOC

6.1.4.3 Potentiale im Plattenkondensator und um eine geladene Kugel

Leiter sind Orte gleichen Potentials: Die beweglichen Ladungsträger folgen zunächst den Feldstärken, die bei Potentialdifferenzen auftreten und gleichen diese schließlich aus. In der Mechanik folgt z. B. fließendes Wasser den Gradienten der Schwerkraft und gleicht die Potentialdifferenzen entlang seines Laufs aus, wenn es einen See bildet. In den folgenden Versuchen werden mit der Flammensonde die Potentialverläufe für unterschiedliche Aufbauten vermessen. Diese Sonde vermeidet die Aufladung der Tastspitze, Ladungen werden durch die Flamme abgeführt.

Die Spannung an einem Plattenkondensator wächst linear auf dem Weg von einer Platte zur andern.

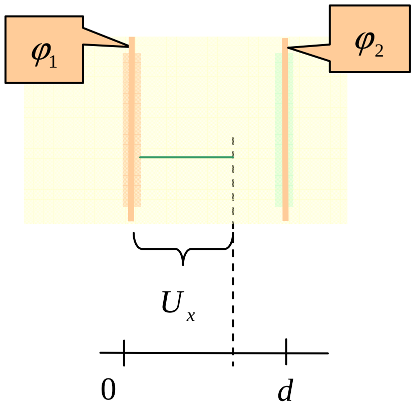
	Feldlinien und Äquipotentiallinien im Plattenkondensator, Plattenabstand *d*. Die Platten und alle zu ihnen parallelen Flächen im Zwischenraum sind Flächen gleichen Potentials.
$U = \varphi_{elx} - \varphi_{el1} = -\int_0^d E \cdot dx = -E \cdot d$	Elektrische Spannung zwischen den Platten (Die Feldstärke ist konstant)

Tabelle 10 Potential und Spannung im Plattenkondensator. Das negative Vorzeichen in W_{12} zeigt, daß die Arbeit nach außen abgegeben wird, wenn bei Überführung der Ladung geleistet wird, wenn

Das Potential einer Punktladung ist als Überführungsarbeit einer Ladung von Betrag 1 aus unendlicher Entfernung bis zum Punkt definiert:

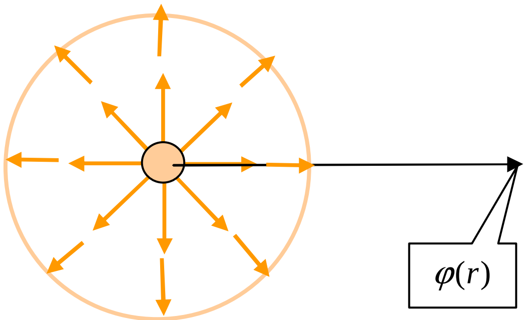
	Feldlinien (helles orange, die Feldstärke nimmt nach außen ab) und eine Äquipotentiallinie (gelbbraun) einer geladenen Kugel
$\varphi_{el}(r) = \frac{W}{q} = -\int_\infty^r E \cdot dr = -\int_\infty^r \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$	Das Potential fällt bei zunehmendem Abstand *r* mit 1/r

Tabelle 11 Feldstärke und Linien gleichen Potentials einer geladenen Kugel

Versuch 4 Potentialverlauf zwischen den Platten eines Kondensators

Versuch 5 Potentialverlauf im Inneren und Äußeren eines Faradaykäfigs

Versuch 6 Potentialverlauf außerhalb einer geladenen Kugel. Die Feldstärke außerhalb einer geladenen Kugel ist gleich die einer Punktladung.

6.1.5 Die Kapazität

Es ist offensichtlich, daß die Spannungen von den Ladungen abhängen: Ladungen sind die Quellen der Feldlinien (Satz von Gauß Ostrogradski), die Spannung gibt die Überführungsarbeit der Einheitsladung im von den Ladungen erzeugten Feld an. *Die Spannung ist zur Ladung proportional, unabhängig von der räumlichen Anordnung der Ladung.* Es gilt also immer:

$C = \frac{Q}{U}$	$[C] = 1\,\mathrm{F} = 1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} = 1\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{V}^2}$ (Farad)	Kapazität C

Der Wert der Proportionalitätskonstanten C richtet sich nach der Geometrie der Anordnung. Für die geladene Kugel und den Plattenkondensator folgt, bei gleicher Ladung Q:

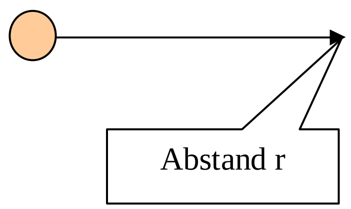
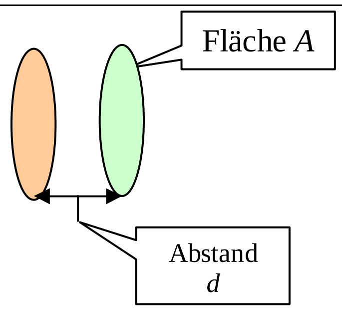
	Punktladung	Plattenkondensator
Geometrie		
Ladung	Q	Q
Feldstärke E	$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$	$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$
Potential φ, Spannung U	$\varphi(r) = -\int_{\infty}^{r} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 s^2} ds = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$	$U = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} d$
Kapazität C	Leitende Kugel mit Radius R In „unendlicher“ Entfernung: $C = \frac{Q}{\varphi(R)} = 4\pi\varepsilon_o R$	$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

Tabelle 12 Ladung, Feldstärke Spannung und Kapazität einer Kugel und eines Plattenkondensators.

Versuch 7 Eine Platte eines Kondensators wird aufgeladen, die andere geerdet. Ein an die geladene Platte angeschlossenes Elektrometer zeigt, dass die Spannung zunimmt, wenn die Platten auseinandergezogen werden: Bei gleichbleibender Ladung des Kondensators steigt die Spannung $U = Q/C = Q \cdot d/(\varepsilon_0 \cdot A)$*, weil die Kapazität sinkt.*

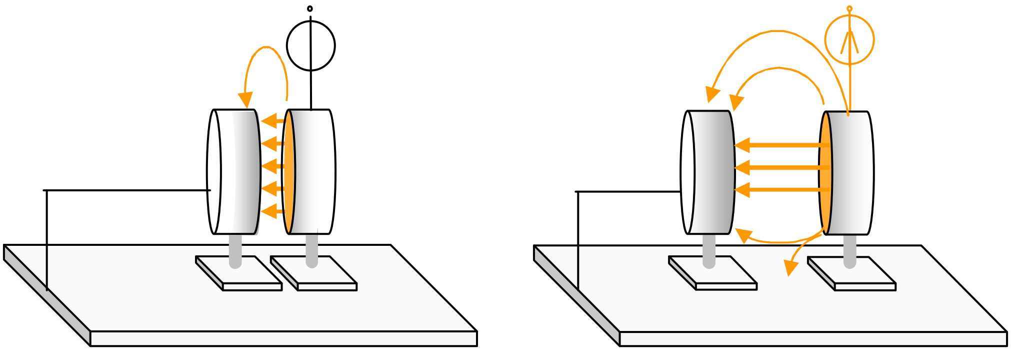


Abbildung 4 Verlauf der Feldlinien bei unterschiedlichem Abstand der Kondensatorplatten. Oben: Bei kleinem Abstand lokalisiert die Anziehung die Ladungen auf gegenüberliegende Flächen, trotz der Abstoßung zwischen gleichnamigen Ladungen. Das Streufeld ist um den Spalt begrenzt. Unten: Bei größerem Abstand verteilen sich die Ladungen auf den Oberflächen der Platten, deshalb wächst die Ladung auf dem Elektroskop, die dadurch zum Maß für die Spannung zwischen den Platten wird. Das Streufeld greift weit in den Raum.

Versuch 8 Eine leitende Kugel wird an der ersten Platte (orange) eines Kondensators aufgeladen und schießt, entsprechend der Abbildung, durch den Feld erfüllten Raum zwischen den durchbohrten Platten. Beim Austritt aus der zweiten Platte (grün) wird sie aber vom Streufeld außen wieder zu dieser Platte zurückgeführt, wo sie schließlich stehenbleibt.

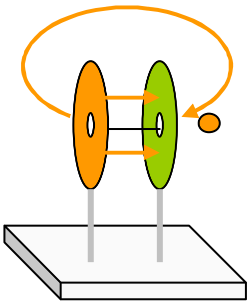


Abbildung 5 Das Streufeld außerhalb des Plattenkondensators führt die geladene Kugel zur grünen Platte zurück

Weitere Information:

- Zum Streufeld: http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_1A_Streufeld.DOC
- Speziell für eine punktförmige Ladung ist der Zusammenhang zwischen Ladung, Feldstärke und Potential in http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_1A_Kapazitaet.DOC zusammengefasst.

6.1.5.1 Parallel- und Serienschaltung von Kondensatoren

Werden Kondensatoren parallel geschaltet, dann liegt über allen Kondensatoren die gleiche Spannung, es addieren sich aber die Ladungen. Bei hintereinander („in Serie“) geschalteten Kondensatoren trägt jeder Kondensator die gleiche Ladung, dagegen addieren sich die Spannungen über den einzelnen Kondensatoren zur Gesamtspannung.

Versuch 9 Zunächst wird ein Kondensator aufgeladen und dann über eine Glühbirne entladen. Die Helligkeit des Aufleuchtens ist ein qualitatives Maß für die abfließende Ladung. Jetzt lädt man zwei hintereinander geschaltete Kondensatoren auf: Bei Entladung brennt die Birne schwächer. Der Versuch wird mit den beiden Kondensatoren parallel geschaltet wiederholt: Die Birne brennt am hellsten.

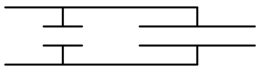
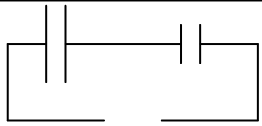
Schaltung	Parallel	Hintereinander
Schema		
Gleiche Größe in allen Kondensatoren:	$U_{ges} = U_1 = U_2$	$Q_{ges} = Q_1 = Q_2$
Erhaltung:	$Q_{ges} = Q_1 + Q_2$	$U_{ges} = U_1 + U_2$
Nach Division durch die gleiche Spannung bzw. Ladung folgt:	$U_{ges} \cdot C_{ges} = U_1 \cdot C_1 + U_2 \cdot C_2$	$\frac{Q_{ges}}{C_{ges}} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$
Gesamtkapazität	$C_{ges} = C_1 + C_2$	$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

Tabelle 13 Schaltungen von Kondensatoren

6.1.6 Elektrische Feldenergie

Beim Laden eines Kondensators muß elektrische Ladung entgegen der auf den Platten entstehenden Spannung auf die Platten transportiert werden. Zur Berechnung die Energie eines geladenen Kondensators geht man von der Spannung aus, die unmittelbar die Arbeit pro Ladung angibt. Weil sich mit zunehmender Ladung auch die Spannung ändert, stellt man die Arbeit als Integral der von der Ladung abhängigen Spannung nach der Ladung dar.

Formel	Anmerkung
$dW = U(Q) \cdot dQ = \frac{Q}{C} \cdot dQ$	Zuwachs der Energie bei Zunahme der Ladung, daraus folgt nach Integration
$W = \int_0^Q \frac{q}{C} \cdot dq = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$	Energie des geladenen Plattenkondensators
$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d}$	
$U = E \cdot d$	
$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A \cdot d^2 \cdot E^2}{2 \cdot d}$	
$V = A \cdot d$	Volumen des Kondensators
$\frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot E^2$	Die Energiedichte im Plattenkondensator ist zum Quadrat der Feldstärke proportional

Tabelle 14 Energie des geladenen Kondensators

Versuch 10 Elektrostatisches Pendel: Eine Kugel „löffelt" die Ladung in kleinen Portionen von einer Platte zur anderen: Man sieht die Abnahme der Spannung.

6.1.6.1 Die Kraft zwischen den Platten eines Kondensators

Ist die Energie als Funktion des Weges bekannt, dann folgt aus Differentiation nach dem Weg die Kraft, hier also die Kraft auf die Platten des Kondensators.

$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A \cdot x \cdot E^2}{2}$	Arbeit, um die Platten eines Kondensators mit Feldstärke E zwischen den Platten auf den Abstand x zu bringen.
$F = \frac{dW}{dx} = \frac{\varepsilon_0 \cdot A \cdot E^2}{2}$	Auf die Platten wirkende, anziehende Kraft
$E = \frac{U}{d}$	Gilt im Plattenkondensator, eingesetzt folgt:
$F = \frac{\varepsilon_0 \cdot A \cdot U^2}{2 \cdot d^2}$	Die Kraft auf die Platten eines Kondensators ist proportional zum Quadrat der Spannung

Tabelle 15 Herleitung der Kraft auf die Platten eines Kondensators

Versuch 11 Kirchhoffsche Potentialwaage. An der Waage „Herrn Gugels Meisterstück" hängt ein Ausschnitt einer Platte eines Kondensators. Der Kondensator wird mit voller und halbierter Spannung aufgeladen, die rücktreibende Kraft der Waage über einen Torsionsmechanismus nachgestellt, so daß die Platte jeweils in gleichem Abstand zur benachbarten bleibt. Bei halber Spannung geht die Kraft auf ¼ ihres Wertes bei voller Spannung zurück. Wird die Kraft überschritten, dann hebt die Platte nach oben ab: Der geringfügig größere Abstand verringert die Kraft auf die Platten.

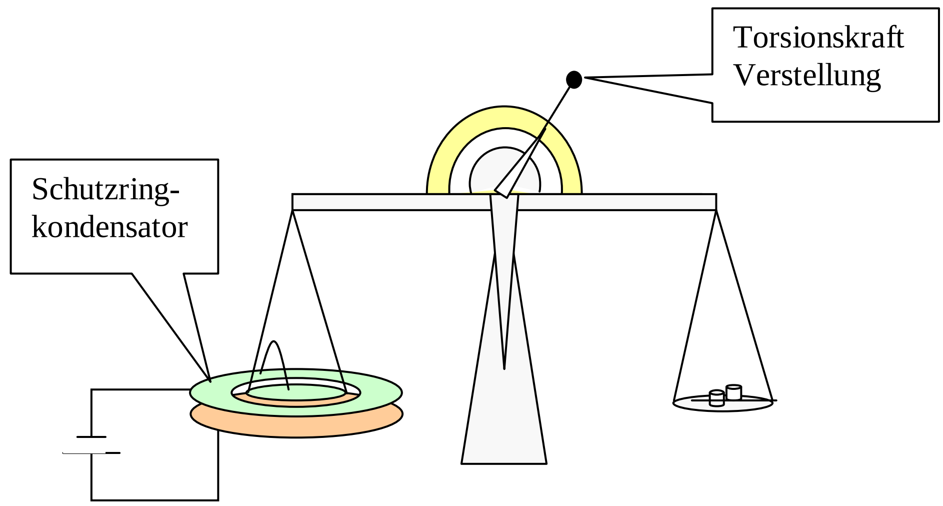


Abbildung 6 Kirchhoffsche Waage. Das Gewicht der Kondensatorplatte ist austariert. Mit der Torsionsfeder wird die Kraft durch das Feld auf die geerdete Platte ausgeglichen, damit der Abstand im Kondensator konstant bleibt. Der geerdete Schutzring fängt das Streufeld ab.

(Zurück zu http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/skripten.html)