

6.2 Ströme

6.2.1 Energieabgabe bewegter Ladungen, die Stromstärke

Wird eine Ladung in ein elektrisches Feld gebracht, dann bewegt sie sich in Richtung der Feldstärke und durchläuft Bereiche unterschiedlichen Potentials (http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_1Feld.DOC - Feldarbeit). Die dabei gewonnene Energie wird erst dann von außen zugänglich, wenn die Ladung mit der Außenwelt in Wechselwirkung tritt. Ort und Art der Energieübergabe richtet sich nach der Art des Aufbaus:

Art des Ladungstransports	Energieübergabe nach außen
<p>Gasentladung</p> <p>Die transportierte Ladung ist von der Spannung abhängig und von der Bilanz zwischen durch Erhitzung oder ionisierende Strahlung neu erzeugten Ladungsträgern und ihrem Verschwinden durch Rekombination.</p>	<p>Emission von Strahlung, Erwärmung des Gases</p>
<p>Elektronen in Vakuumröhren</p> <p>Die Emission der Glühkathode bestimmt die transportierte Ladungsmenge. Die Elektronen bewegen sich reibungsfrei, durch die Spannung beschleunigt von der Kathode zur Anode</p>	<p>Die Anode erwärmt sich beim Auftreffen der Ladungsträger</p>
<p>Leitung in Metallen und Flüssigkeiten</p> <p>Die transportierte Ladung wächst proportional zur Spannung, d. h. „nach dem ohmschen Gesetz“. Die freien Elektronen bzw. die durch Solvathüllen stabilisierten Ladungsträger im Elektrolyten bewegen sich mit gleicher, konstanter Geschwindigkeit, durch Reibung gebremst.</p>	<p>Der Festkörper oder der Elektrolyt erwärmt sich homogen durch Reibung der Ladungsträger mit den umgebenden Teilchen</p>

Tabelle 1 Ladungstransport und Energieabgabe

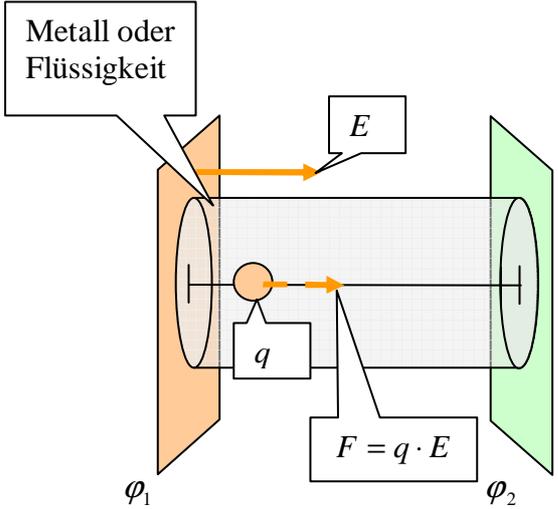
	<p>Die zur Bewegung einer Ladung q zwischen zwei Flächen unterschiedlichen Potentials nötige Energie wird in Metallen und in Flüssigkeiten, ähnlich zur Bewegung in viskosen Medien, als Wärme an das Material abgegeben.</p>
$U = \varphi_2 - \varphi_1$	<p>Spannungsdifferenz zwischen den Flächen gleichen Potentials</p>
$W = q \cdot U$	<p>Energiezunahme auf dem Weg</p>
$P = \frac{W}{t} = \frac{q \cdot U}{t} = \frac{q}{t} U = I \cdot U$	<p>Leistung, wenn die Energie in der Zeit t nach außen abgegeben wird. Der Quotient aus Ladung und Zeit wird als „Stromstärke“ bezeichnet.</p>

Tabelle 2 Elektrische Leistung und Stromstärke

Definition	SI-Einheit	Anmerkung
$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$	$[I] = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}} = 1 \text{A (Ampere)}$	<p>Die Stromstärke ist der Quotient aus Ladungsmenge ΔQ und der Zeit Δt, in der diese Ladungsmenge durch eine Fläche senkrecht zur Flussrichtung fließt</p>
$P = I \cdot U$	$[P] = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{W (Watt)}$	<p>Die Leistung ist das Produkt aus Stromstärke und Spannung. Eine weitere gesetzliche Einheit für die Leistung ist VA (Voltampere), $1 \text{W} = 1 \text{VA}$</p>
$W = P \cdot t = U \cdot I \cdot t$	$[W] = 1 \text{J (Joule)}$	<p>Elektrische Arbeit oder Energie. Eine weitere gesetzliche Einheit für die Arbeit ist kWh (Kilowattstunde), $1 \text{kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$</p>

Tabelle 3 Definition und Einheiten von elektrischer Leistung und Stromstärke.

Anschaulich: Mit 1 kWh Strom können 10 l Wasser um 86 °C erwärmt werden. (1kcal entspricht 4,1868kJ, 1 kWh=3,6MJ entspricht 3600/4,1868=859,84 kcal≈860 kcal).

Versuch 1 5 l Wasser werden auf einem Kocher im Betrieb mit 230V, 0,4 A ($U \cdot I = 920 \text{ W}$) in 30 Minuten von 15 auf ca. 90° erwärmt

$c_{H_2O} = 4,18 \left[\frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \right]$	Spez. Wärme von Wasser bei 24° C
$W = c_{H_2O} \cdot m \cdot \Delta T \text{ [J]}$	Energie, um m g Wasser um ΔT Grad zu erwärmen
$P \text{ [W]}$	Leistung der Heizung
$t = \frac{W}{P} \text{ [s]}$	Zeit, um das Wasser mit der Heizung zu erwärmen
$m=10000$ g Wasser und $\Delta T=85$ K werden mit einer Heizung von $P = 1000$ W erwärmt. Dazu benötigt man:	
$W = c_{H_2O} \cdot m \cdot \Delta T \text{ [J]}$	3553000 J \approx 1 kWh Energie
$t = \frac{4,18 \cdot m \cdot \Delta T}{P} \text{ [s]}$	3553 s \approx 1 h Zeit

Tabelle 4 10 l Wasser mit Anfangstemperatur von 15 °C können also mit 1kWh Strom, Preis etwa 0,30 DM, zum Kochen gebracht werden

6.2.2 Das Ohmsche Gesetz

Bewegen sich die Ladungsträger nicht im Vakuum, sondern in einem Leiter, das ist ein Metall oder eine elektrolytisch leitende Flüssigkeit, dann werden sie durch Stöße mit anderen Teilchen wie Atomrümpfen und anderen Ladungsträgern gebremst. Es wirkt auf sie eine Reibungskraft. Analog zur Stokesschen Reibung in der Mechanik stellt sich eine konstante Geschwindigkeit ein, wenn die Reibungskraft gleich der beschleunigenden Kraft wird. Proportional zur Spannung nimmt dann auch die transportierte Ladung zu, das ist der Inhalt des Ohmschen Gesetzes.

$U = R \cdot I$	Das Ohmsche Gesetz: Bei gegebener Spannung stellt sich ein konstanter Strom ein, der proportional zur Spannung ist. Die Proportionalitätskonstante R ist der elektrische Widerstand des Leiters
-----------------	---

Definition	SI-Einheit	Anmerkung
$R = \frac{U}{I}$	$[R] = 1\Omega$ (Ohm)	Elektrischer Widerstand
$\frac{1}{R}$	$\left[\frac{1}{R} \right] = 1\text{S}$ (Siemens)	Leitwert: Kehrwert des Widerstands
ρ	Ωm	Spezifischer Widerstand: Widerstand eines Materials mit Länge 1m und 1 m ² Querschnitt.
$R = \rho \frac{l}{A}$		Bei Leitern mit konstantem Querschnitt A und der Länge l beschreibt man den Widerstand mit dem spezifischen Widerstand

Tabelle 5 Das Ohmsche Gesetz und Definition des Widerstands, des Leitwerts und des spezifischen Widerstands

Material	Spezifischer Widerstand in Ωm
Silber	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Kupfer	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Aluminium	$2,8 \cdot 10^{-8}$
Eisen	$9,8 \cdot 10^{-8}$
Quecksilber	$95,8 \cdot 10^{-8}$
Konstantan	$50 \cdot 10^{-8}$
Porzellan	$\approx 5 \cdot 10^{12}$
Hartgummi	$2 \cdot 10^{13}$
Quarzglas	$5 \cdot 10^{16}$
Bernstein	$> 10^{16}$

Tabelle 6 Spezifische Widerstände einiger Metalle und Isolatoren bei 18°C .

6.2.2.1 Schaltungsaufbau zur Messung eines Widerstands

Zur Messung des Widerstands muss der Strom gemessen werden, der durch das zu messende Bauteil fließt, und gleichzeitig die über diesem Bauteil „abfallende“ Spannung. Zur Messung des Stromes I muß der im Stromkreis fließende Strom auch durch das Instrument fließen. Dieses Instrument soll deshalb einen möglichst geringen Innenwiderstand zeigen. Zur Messung der Spannungsabfalls U muß das Instrument parallel zum Widerstand geschaltet werden. Dieses Instrument sollte einen möglichst hohen Innenwiderstand zeigen, damit möglichst wenig Strom parallel zum Widerstand R abfließt.

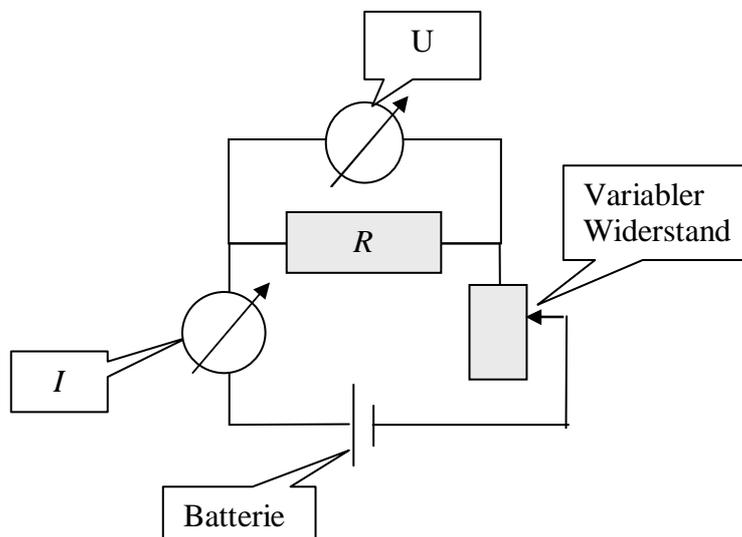


Abbildung 1. Messung der Proportionalität zwischen Spannung und Strom in einem Stromkreis mit Widerstand R . Mit Hilfe des variablen Widerstands werden unterschiedliche Stromstärken eingestellt und dann die jeweils über R abfallende Spannung gemessen.

Versuch 2 Messung des Zusammenhangs zwischen Spannung und Stromstärke in einem Aufbau nach der Abbildung oben.

6.2.2.2 Analogie zwischen dem elektrischen und dem Strömungswiderstand

Beim Vergleich des elektrischen Widerstands mit dem Strömungswiderstand gibt es neben der begrifflichen Identität aber auch Unterschiede: Im Rohr führt die *laminare Strömung*, mit Haftung der Flüssigkeitsschicht an der Wand und maximaler Geschwindigkeit in der Rohrachse, zum Hagen-Poiseuille Gesetz, das die Zunahme des Widerstands mit $1/r^4$ erklärt. Die Elektronen im Draht bewegen sich dagegen *überall im Leiter mit konstanter Geschwindigkeit*, deshalb ist der Widerstand umgekehrt proportional zur Fläche des Querschnitts. (Vgl. http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V3_5Hydrod.DOC - Strömung)

Mechanische Größe	Elektrische Größe
Druck p	Spannung U
Volumenstrom \dot{V}	Elektrischer Strom I
Strömungswiderstand $R = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{r^4}$	Elektrischer Widerstand $R = \frac{\rho \cdot l}{\pi \cdot r^2}$
Viskosität η	Spezifischer Widerstand ρ

Tabelle 7 Analoge mechanische und elektrische Größen zum Widerstand (Rohr Länge l mit Radius r).

6.2.3 Joulesche Wärme

Bei Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes wird im Widerstand durch der Reibung ähnliche Effekte die gesamte elektrische Energie in Wärme umgesetzt. Diese Wärmeleistung erzeugt die „Joulesche Wärme“.

$P = I \cdot U = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$	Im Widerstand erzeugte „Joulesche Wärme“ bei Spannungsabfall U über dem Widerstand R bzw. bei Fluss des Stroms I durch diesen Widerstand
---	--

Tabelle 8

Versuch 3 Modell eines Hitzdrahtamperemeters. Der Draht verlängert sich bei Erwärmung. Die Verlängerung wächst mit der Stromstärke, weil $P = R I^2$.

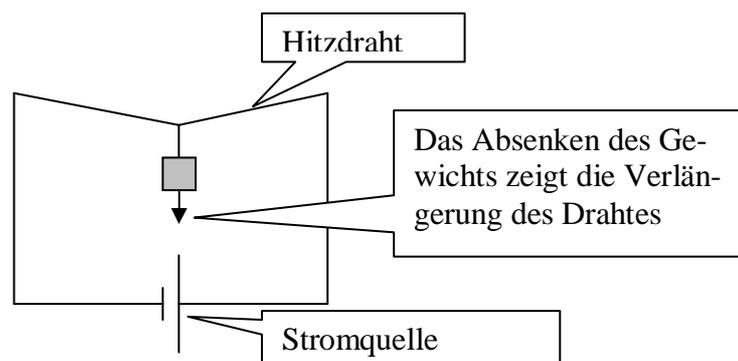


Abbildung 2 Prinzip des Hitzdrahtamperemeters

6.2.4 Spannungsabfall, Spannungsquellen, Innenwiderstände

6.2.4.1 Spannungsabfall und Spannungsteiler

Wird die Spannung entlang eines Widerstandes mit konstantem Querschnitt A abgegriffen, dann entspricht der Widerstand R_x , über dem die Spannung U_x abfällt, der Länge x über der die Spannung abgegriffen wird. Man bezeichnet diese Anordnung als *Spannungsteiler*.

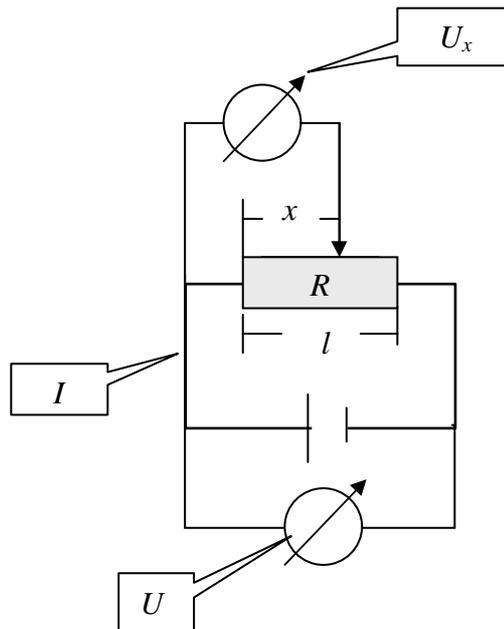


Abbildung 3.. Schema eines Spannungsteilers

$U_x = R_x \cdot I = \rho \cdot \frac{x}{A} \cdot I$	Spannungsabfall über dem Teilwiderstand der Länge x
$U = R \cdot I = \rho \frac{l}{A} \cdot I$	Spannungsabfall über dem gesamten Widerstand
$\frac{U_x}{U} = \frac{x}{l}$	Quotient (der Strom ist in beiden Gleichungen gleich)

Tabelle 9

Durch Wahl des Abgriffs x kann man im Spannungsteiler die Spannung von 0 bis U variieren.

Versuch 4 Linearer Spannungsabfall an einem Draht. Mit einer Versorgungsspannung von 2 V wird Spannungsabfall über unterschiedlichen Längen am Draht gezeigt.

6.2.4.2 Spannungsquellen, Innenwiderstände

Eine Spannungsquelle zeigt zwischen den Polen Plus und Minus bei stetigem Stromfluß eine Potentialdifferenz, im Unterschied zu statisch aufgeladenen Materialien, bei denen der Stromfluß zur sofortigen Entladung führt. Um den stetigen Strom zu liefern, muß in der Quelle ein Ladungstransport stattfinden. Solche Quellen und ihre Transportmechanismen sind:

Spannungsquelle	Transportmechanismus
Van de Graaff-Generator	Mechanisch
Dynamo, Wechselstromgenerator	Elektromagnetisch
Batterie	Chemische Potentiale
Zellpotentiale	Ionenpumpe in der Zellmembran: Erzeugt Konzentrationsunterschiede zwischen Ionen zu beiden Seiten der Membran.
Photovoltaisch	Lichtabsorption erzeugt Raumladungen im Halbleiter

Tabelle 10 Spannungsquellen und Transportmechanismen

Ist die Quelle unbelastet, dann nennt man die an den Polen ("Klemmen") liegende Spannung aus historischen Gründen "elektromotorische Kraft" (EMK), eingepreßte Spannung U_{EMK} , oder Leerlaufspannung. Wird ein Strom entnommen, dann sinkt die Klemmenspannung U_K , weil die Quelle selbst einen inneren Widerstand R_i zeigt. Der Stromtransport in der Quelle ist nicht verlustfrei:

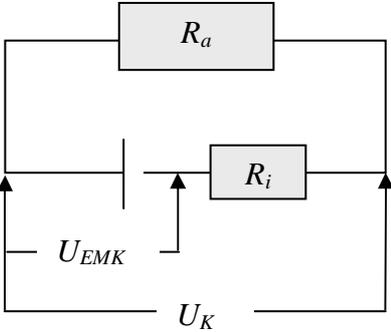
$U_K = U_{EMK} - R_i \cdot I$	Klemmenspannung an einer Stromquelle, die den Strom I liefert
U_{EMK}	Spannung ohne Stromfluß, Leerlaufspannung
R_i	Innenwiderstand der Stromquelle
	Ersatzschaltbild für eine Spannungsquelle mit Innenwiderstand R_i und einem äußeren Lastwiderstand R_a

Tabelle 11 Klemmen- und Leerlaufspannung

Charakteristisch für eine Spannungsquelle ist ihre *Leerlaufspannung* U_{EMK} und ihr Verhalten bei maximalem Strom, dem *Kurzschlußstrom*.

6.2.4.2.1 Messung der Leerlauf- und der Klemmenspannung

Bei Messung der Leerlaufspannung darf kein Strom fließen, deshalb legt man an die zu messende Quelle eine zweite, variable Spannungsquelle an, und erhöht deren Spannung so lange, bis kein Strom *zwischen* beiden Quellen fließt. Damit zeigen beide die gleiche Spannung, die Leerlaufspannung der zu prüfenden Quelle.

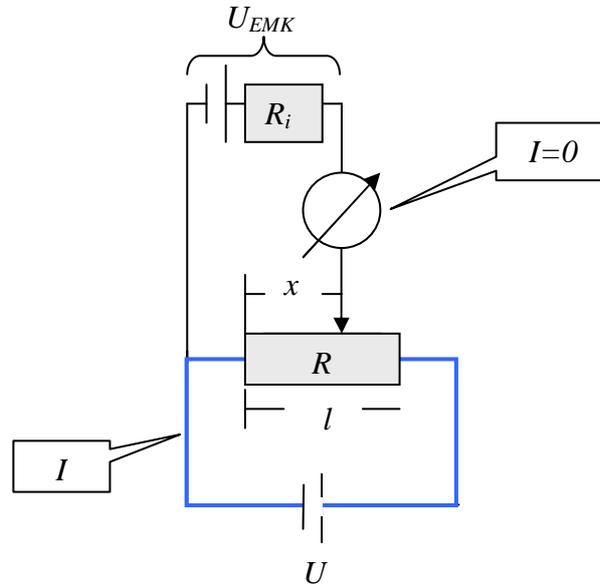


Abbildung 4 Kompensationsschaltung zur Messung der Leerlaufspannung U_{EMK} . Als zweite Spannungsquelle dient ein Spannungsteiler mit variablem Widerstand R .

Versuch 5 Messung der Leerlaufspannung an einer 1,5 V Batterie

Versuch 6 Messung des Innenwiderstands R_i einer Batterie und eines Akkumulator

	Strom I [A]		Innenwiderstand R_i
	0	1	
Batterie 4,5 V	$U_{EMK} = 4,5$ V	$U_K = 3$ V	1,5 Ω
Akkumulator 12 V	$U_{EMK} = 12$ V	$U_K = 11,5$ V	0,5 Ω

Tabelle 12 Spannungsabfall über einer Batterie und einem Akkumulator

Der Innenwiderstand ergibt sich aus der Messung von Leerlauf- und Klemmenspannung als Funktion des Stroms oder des Außenwiderstands:

Formel	Anmerkung
$U_k = R_a \cdot I$	Die Klemmenspannung U_K fällt über dem Außenwiderstand R_a ab
$U_{EMK} = (R_a + R_i) \cdot I$	Die Leerlaufspannung U_{EMK} fällt über der Summe von Innen- und Außenwiderstand ab.
$R_i = R_a \cdot \left(\frac{U_{EMK}}{U_K} - 1 \right)$	Bei Elimination des Stroms folgt der Innenwiderstand als Funktion des Außenwiderstands

Tabelle 13 Berechnung des Innenwiderstands aus Messung der Leerlauf- und der Klemmenspannung

Methoden, die den Nullabgleich eines Instruments benutzen, sind sehr genau, weil der endliche Innenwiderstand des Instruments die Messung nicht beeinflusst. Auf diese Weise können mit der „Wheatstoneschen Brückenschaltung“ unbekannte Widerstände gemessen werden. (http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_2A_Wheatstone.DOC). Im Praktikums Versuch für Mediziner und Zahnmediziner „Wheatstonesche Brücke und EKG“ wird die Brückenschaltung zur stromlosen Messung von Potentialen eingesetzt (Zum Versuch: http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_1A_Streifeld.DOC - V31).

Anmerkung: Bei Batterien und Akkumulatoren erhöht sich der Innenwiderstand mit abnehmendem Ladezustand und mit der Alterung. Ist der Innenwiderstand hoch, dann kann zwar ohne Belastung die Nennspannung (U_{EMK}) an den Klemmen anliegen, bei Belastung bleibt aber nur die viel geringere Klemmenspannung (U_K). Deshalb kann der Zustand einer Batterie nur durch Messung der Spannung unter Last beurteilt werden!

6.2.5 Die Kirchhoffschen Regeln

Die Kirchhoffsche Regeln dienen zur Berechnung von Strömen und Spannungen in Schaltungen, die aus mehreren miteinander verknüpften Widerständen und Spannungsquellen bestehen. Man bezeichnet solche Schaltungen auch als Netzwerke, die aus Knoten, den Verzweigungspunkten, und Maschen, den geschlossenen Schleifen, bestehen. Sie liefern, als wichtige Anwendung, die Vorschrift zur Berechnung des Gesamtwiderstands von hintereinander oder parallel geschalteter Widerstände

1. Kirchhoffsche Regel (Knotenregel)

Diese Regel formuliert die *Kontinuitätsgleichung* für Ströme. Es gilt analog zu Flüssigkeiten: In Verzweigungspunkten (Knoten) ist die Summe aller ankommenden Ströme (Vorzeichen +) gleich der Summe der abfließenden (Vorzeichen -):

$$\sum_i I_i = 0$$

2. Kirchhoffsche Regel (Maschenregel)

Diese Regel formuliert die *Wegunabhängigkeit* der Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten. Sie besagt, daß in einer Schleife eines Netzwerks der Spannungsabfall über den beiden möglichen Verbindungswegen zwischen zwei Punkten gleich ist und der Spannung zwischen diesen Punkten entspricht. Wählt man in der Schleife positives Vorzeichen für Stromfluß in Richtung Uhrzeigersinn (clockwise, cw) und negatives für die Gegenrichtung (counterclockwise, ccw), dann gilt:

$$\sum_j U_i = 0$$

In dieser allgemeinen Formulierung können auch Spannungsquellen in der Schleife liegen, auch ihr Vorzeichen richtet sich nach Lage der Polung zum Umlaufsinn (Stromfluß technisch von + nach -).

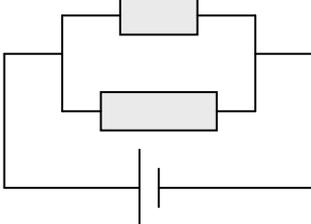
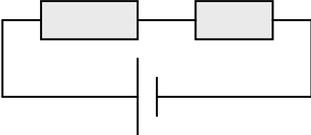
Schaltung	Parallel	Hintereinander (in Reihe)
Schema		
Gleiche Größe an allen Widerständen	$U_{ges} = U_1 = U_2$	$I_{ges} = I_1 = I_2$
Erhaltung (Kirchhoff)::	$I_{ges} = I_1 + I_2$	$U_{ges} = U_1 + U_2$
$I = \frac{U}{R}$ bzw. $U = R \cdot I$ eingesetzt:	$\frac{U_{ges}}{R_{ges}} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$	$R_{ges} \cdot I_{ges} = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2$
Nach Division durch die gleiche Größe (Spannung bzw. Strom) folgt für die Gesamtwiderstände:	$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$	$R_{ges} = R_1 + R_2$
Allgemein:	$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$	$R_{ges} = \sum_i R_i$

Tabelle 14 Berechnung des Gesamtwiderstands von parallel- bzw. hintereinandergeschalteten Widerständen. (Ausführliche Herleitung: http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V6_2A_Kirchhoff.DOC)

(Zurück zu <http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/skripten.html>)