

4.2.5 Schallwellen

Schallwellen sind Longitudinalwellen, weil die Moleküle in Gasen wie auch in Flüssigkeiten keine Kräfte senkrecht zu ihrer Auslenkung weitergeben. Die Anregung der Teilchen wird durch Stoß weitergeleitet, es resultieren Druckschwankungen. Die Lautstärkeempfindung durch unsere Ohren ist ein Maß für die auf der Fläche des Trommelfells auftreffende Energie pro Zeiteinheit, die man als Energieflußdichte bezeichnet.

4.2.5.1 Welle der Auslenkung und Welle des Drucks

Die Kraft zur Beschleunigung der Teilchen in einem kleinen, einer Scheibe ähnlichen Volumen ist gleich der Differenz der Druckkräfte auf gegenüberliegende Flächen der Scheibe. Setzt man diese Kraft gleich der Trägheitskraft der Masse in diesem Volumen, dann erhält man die Wellengleichung für die kollektive Auslenkung der Teilchen.

Formel	Anmerkung
$\psi(x,t) = \psi_0 \cdot \sin(k \cdot x - \varpi \cdot t)$	Auslenkung der Schallwelle
$\dot{\psi} = -\psi_0 \cdot \varpi \cdot \cos(k \cdot x - \varpi \cdot t)$	Geschwindigkeit der Auslenkung
$u_0 = \varpi \cdot \psi_0$	Amplitude der Geschwindigkeit der Auslenkung: „Schallschnelle“
$v = \frac{\varpi}{k}$	Ausbreitungsgeschwindigkeit v , Winkelgeschwindigkeit ϖ und Wellenzahl k
$dm \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = A \cdot p(x) - A \cdot p(x+dx)$	Bewegungsgleichung der Schallwelle, in Auslenkung und Druck formuliert:
$dm = A \cdot dx \cdot d\rho$	
$A \cdot dx \cdot \rho \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = A \cdot p - A \cdot \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \right)$	
$\rho \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}$	
$-\psi_0 \cdot \varpi^2 \cdot \rho \cdot \sin(\varpi t - kx) = -\frac{\partial p}{\partial x}$	Bewegungsgleichung, die zweimal nach der Zeit differenzierte Auslenkung eingesetzt
$p(x,t) = \int \psi_0 \cdot \varpi^2 \cdot \rho \cdot \sin(\varpi t - kx) dx$	Den Druck erhält man durch Integration über x , die Integrationskonstante ist der mittlere Druck \bar{p} ohne Welle. Man erkennt, daß der Druck gegenüber der Auslenkung der Teilchen in der Phase um $\frac{\pi}{2}$ verschoben ist. Für die Druckamplitude folgt,
$p(x,t) = \bar{p} + \psi_0 \cdot \varpi^2 \cdot \rho \cdot \frac{1}{k} \cdot \cos(\varpi t - kx)$	
$p(x,t) = \bar{p} + p_0 \cdot \cos(\varpi t - kx)$	mit $u_0 = \varpi \cdot \psi_0$ und $v = \frac{\varpi}{k}$:
$p_0 = \psi_0 \cdot \rho \cdot \varpi^2 \cdot \frac{1}{k} = u_0 \cdot \rho \cdot v$	Druckamplitude, Schallschnelle und Schallgeschwindigkeit

Tabelle 1 Auslenkungs- und Druckamplitude

Für die Welle des Drucks findet man eine Phasenverschiebung um $\pi/2$ gegenüber der Auslenkung. Die Amplitude Geschwindigkeit der Auslenkung heisst Schallschnelle und ist mit der Amplitude des Drucks verknüpft.

4.2.5.2 Energie und Energieflußdichte der Schallwelle

Die Energie einer Schallwelle in einer Volumeneinheit des Mediums ist der zeitliche Mittelwert der kinetischen Energie der darin befindlichen Teilchen:

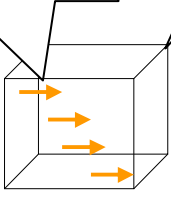
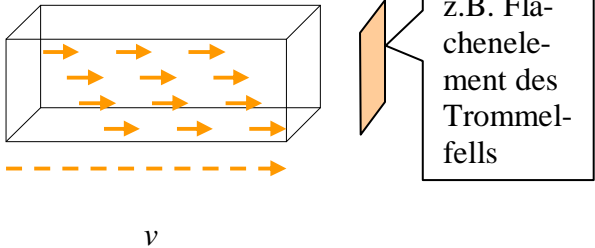
Formel	Anmerkung
$\frac{E_{kin}}{V} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \dot{\psi}^2$	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Geschwindigkeit der Teilchen: $\dot{\psi}(x,t)$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Volumeneinheit, Masse: $\rho \cdot V$</div> </div> 
$\frac{E_{kin}}{V} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_0^2 \cdot \cos^2(kx - \omega t)$	
$\overline{\frac{E_{kin}}{V}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_0^2 \cdot \overline{\cos^2(kx - \omega t)}$	Der Mittelwert der \cos^2 Funktion ist $1/2$, damit folgt:
$\overline{\frac{E_{kin}}{V}} = \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot u_0^2$	Die potentielle Energie ist gleich groß wie die kinetische, deshalb ist die Gesamtenergie:
$\overline{\frac{E}{V}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_0^2$	Mittlere Energiedichte der Teilchen
In einer Einheit der Zeit fließt die Energie aus einem Volumen $A \cdot v$ durch die Fläche A , weil die Bewegung der Teilchen mit der Geschwindigkeit v fortschreitet. Ist A die Einheitsfläche, dann folgt für den Energiefluss I :	
$I = \overline{\frac{E}{V}} \cdot v$	Energiefluß durch die Einheitsfläche in einer Zeiteinheit: 
$I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v \cdot u_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0^2}{\rho \cdot v}$	

Tabelle 2 Energieflußdichte der Schallwelle

Energieflußdichte der Schallwelle

4.2.5.3 Schallmessung

Für die Schallmessung ist wichtig, daß die subjektive Empfindung der Lautstärke etwa *logarithmisch mit der Intensität* verläuft. Das ist der Inhalt des Weber-Fechnerschen Gesetzes. Der Schallpegel wird deshalb in *Dezibel* [dB] angegeben, errechnet aus dem Logarithmus des Quotienten aus Intensität der Schallwelle und der Intensität an der Hörschwelle. Letztere ist auf 10^{-12} W/m^2 festgesetzt, entsprechend einem Schalldruck von $20 \mu\text{Pa}$. Die Angabe einer

Lautstärke in *Phon* für einen Ton mit beliebiger Frequenz bezieht sich auf den Schallpegel eines Vergleichstones mit 1kHz, der genauso laut wie der zu messende empfunden wird. Die Phonzahlen (vgl. die Kurve in der folgenden Abbildung) werden in Meßinstrumenten durch Korrekturkurven angenähert, deren Dezibel Werte, wie die Phon-Skala, nur bei einem 1kHz Ton dem wirklichen Schallpegel entsprechen. Die Korrekturkurve nach Filter A nähert den komplizierten Verlauf der Phonkurve durch eine monotone Funktion, Filter C gibt den Schallpegel nur schwach korrigiert.

Bei geeigneter Abstimmung der Länge eines beschallten Raumes auf die Frequenz des Schalls kann man stehende Schallwellen erzeugen:

Versuch 1 Quinkesches Resonanzrohr. In ein senkrecht, in einem Wasserbad stehendes Rohr wird von oben mit einem Lautsprecher ein Ton eingespielt. Von unten wird das Rohr stetig „verkürzt“, indem der Wasserspiegel erhöht wird. Wenn die Rohrlänge $(2n + 1) \cdot \lambda / 4$ erreicht wird der Ton lauter, weil eine stehende Welle in Resonanz mit dem Lautsprecher am offenen Ende einen Schwingungsbauch erzeugt.

(vgl. http://www.uni-tuebingen.de/uni/pki/skripten/V4_2Schwingung.DOC - Trägerlänge)

Versuch 2 Herrn Neu's Kundtsches Rohr: In ein einseitig geschlossenes Rohr wird von der offenen Seite ein Ton variabler Frequenz eingespielt. Erfüllt die Wellenlänge die Bedingung Rohrlänge = $(2n + 1) \cdot \lambda / 4$, dann bildet sich eine stehende akustische Welle, deren Druckbäuche und Knoten mit Flämmchen angezeigt werden!

In stehenden Wellen gleichen die schnell bewegten Teilchen die Druckunterschiede aus. An Stellen der Bäuche der Geschwindigkeit zeigt der Druck Knoten und umgekehrt.

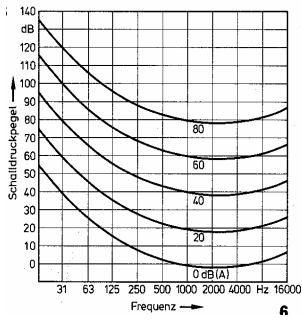
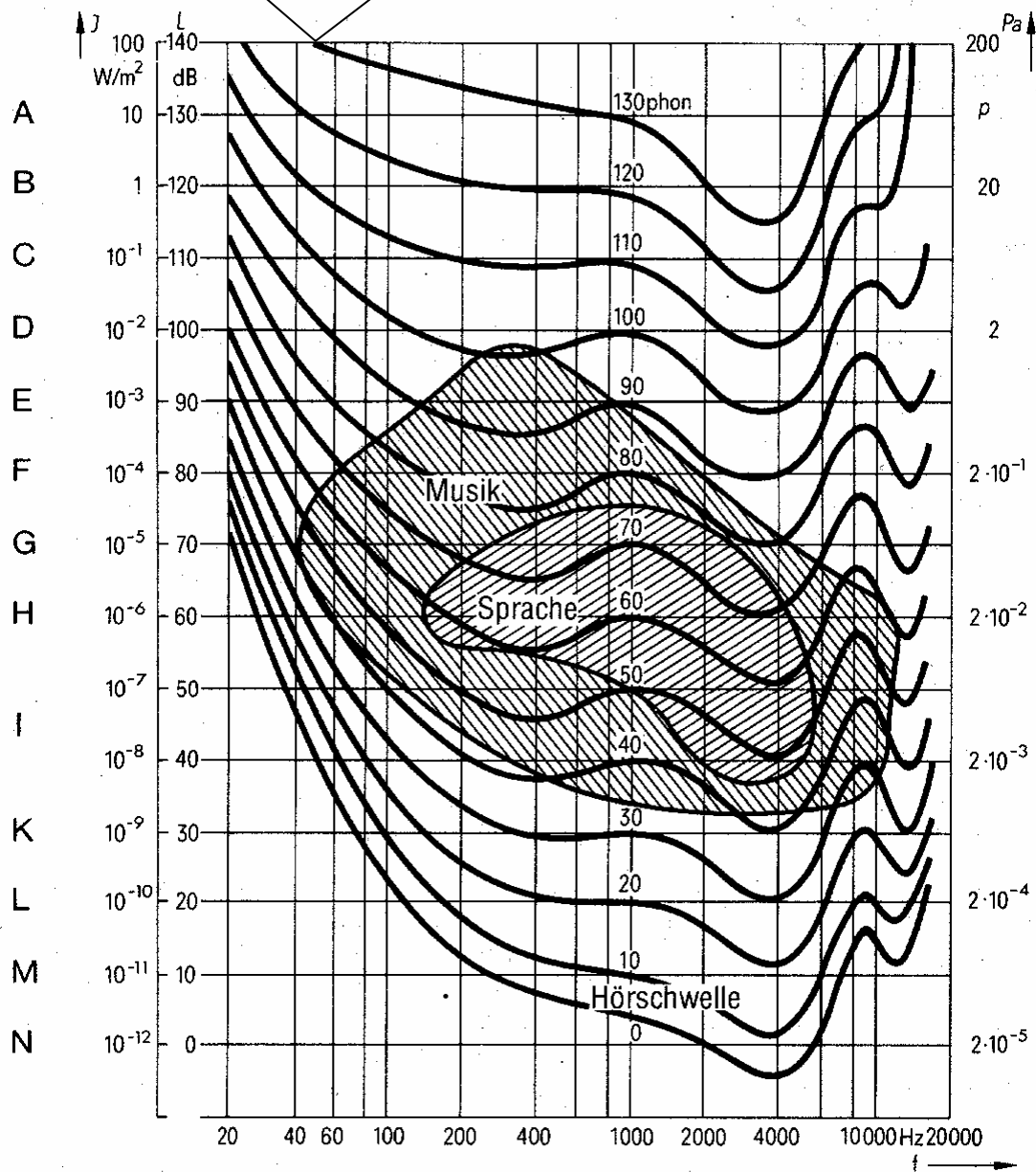
Formel	Einheit	Anmerkung
$\rho \cdot v$	$\frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^3}$	Schallwiderstand (vgl. Druckamplitude)
$I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v \cdot u_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0^2}{\rho \cdot v}$	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	Intensität, Schallstärke: Mittlere Energieflußdichte des Mediums: Energie, die in einer Zeiteinheit auf eine senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehende Ebene trifft (Energieflussdichte)
Hörschwelle:		
$I_0 = 10^{-12}$	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	Intensität des gerade noch hörbaren 1kHz Tones
$p_0 = 20 \cdot 10^{-6}$	Pa	Schalldruck dazu
Lautstärke, Schallintensität I und Schalldruck p :		
$\Lambda \sim \log_{10} I \sim \log_{10} p^2 = 2 \cdot \log_{10} p$		Weber-Fechnersches Gesetz : Die Lautstärke wird etwa logarithmisch zu der Schallintensität I bzw. dem Schalldruck p empfunden.
Lautstärke eines Geräuschs. Bei 1kHz zeigen alle Angaben den echten Schallpegel:		
$\Lambda = 10 \cdot \log_{10} \frac{I^{1\text{kHz}}}{I_0} = 20 \cdot \log_{10} \frac{p^{1\text{kHz}}}{p_0}$	Phon	Angabe in Phon: $I^{1\text{kHz}}$ ist die Intensität eines 1kHz Tones, der genauso laut wie das zu messende Geräusch empfunden wird. I_0 ist die Intensität an der Hörschwelle. Analoges gilt für die Schalldrucke $p^{1\text{kHz}} / p_0$
$\Lambda = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0} = 20 \cdot \log_{10} \frac{p}{p_0}$	dB	Angabe in dB, ein nachgestellter Buchstabe nennt eine evtl. angewandte Filter-Kurve:
		Nähert den Verlauf der Phon-Kurve durch eine einfach gekrümmte Korrekturkurve an 
	C	Sehr flache Korrekturkurve, korrigiert den Schallpegel bei 31,5 Hz und 8 kHz um -3dB.

Tabelle 3 Begriffe zur Schallmessung.

Lautstärke von Schallvorgängen

Kurven gleicher Lautstärke



Vergleichsschall

- | | |
|--|---|
| A Schmerzempfindung | F Großstadtverkehr |
| B Start einer Düsenmaschine (100 m entfernt) | G Großraumbüro |
| C Pop-Gruppe live | H Umgangssprache |
| D Preßlufthammer | I Insektengeräusche auf einer Wiese im Sommer |
| E Schwerlastverkehr | K Stille Wohnung |
| | L Taschenuhr (1 m entfernt) |
| | M Windstille Winternacht bei Schnee |
| | N Hörschwelle (= 20 μPa) |

Schalldruckpegel: $L = 20 \lg \frac{p}{p_0}$ in dB

(p = Schalldruck in μPa ; $p_0 = 20 \mu\text{Pa}$)

Quelle: Siemens, Technische Tabellen

Anmerkung: Am Arbeitsplatz sollte die Dauerbelastung nicht über 55 Phon liegen